Ор 118/123.

МОСКОВСКІЙ ПУБЛИЧНЫЙ
XIV-09476
И РУМЯНЦОВСКІЙ МУЗЕИ

Объ учебныхъ особенностяхъ двухъ направленій математическаго курса средней школы.

П. А. Некрасовъ. С.-Петербургъ.

Докладъ 2-му Всероссійскому Съѣзду преподавателей математики въ Москвѣ, прочитанный 28 декабря 1913 года въ секціи А.

Состояніе педагогической науки и привычка къ традиціи довольно долго держали преподаваніе математики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ въ границахъ опредѣленныхъ программъ. Но затѣмъ положеніе дѣла стало измѣняться, во всемъ образованномъ мірѣ программы математическаго курса средней школы переживаютъ, какъ извѣстно, періодъ движенія, измѣненія. Эта эволюція началась около 15 лѣтъ тому назадъ и еще не завершилась: она совершается различно въ разныхъ странахъ. Въ Россіи эволюція программъ математики состоитъ въ перенесеніи понятій и началъ такъ называемой высшей математики въ среднюю школу. Нельзя не привѣтствовать этого движенія. Но другія государства, какъ Франція, переживаютъ другую стадію эволюціи преподаванія математики; тамъ начала высшей математики уже давно проникли въ одну изъ двухъ вѣтвей бифурцированнаго лицея и къ концу прошлаго столѣтія перегрузили программу для баккалавровъ свыше мѣры человѣческихъ силъ.

Поэтому Франція пережила въ 1902 году крупную перемѣну въ перестроеніи программъ математики, вызванную недовольствомъ общества лицеями.

Въ лицеяхъ Франціи господствовало натаскиваніе баккалавровъ къ конкурснымъ испытаніямъ по перегруженнымъ программамъ, и преподаваніе велось слишкомъ однообразно, безъ всякаго оживленія дѣла индивидуальными чертами. Общественное мнѣніе Франціи этимъ было недовольно, и подъ его давленіемъ Франція пришла къ реформѣ 1902 года, существенно измѣнившей программныя требованія отъ лицъ, получающихъ баккалаврскій цензъ. Перемѣна произошла въ направленіи болѣе дробной индивидуализаціи преподаванія, распредѣленнаго въ четырехъ лицейскихъ отдѣленіяхъ A, B, C и D.

Современная французская школа, выпускающая баккалавровъ, сама пока еще колеблется въ установкѣ программъ математическаго курса; съѣздъ знаетъ изъ доклада проф. Д. М. Синцова, что она послѣ 1902 года уже два раза пересматривала эти программы: въ 1905 и 1909 гг. Недаромъ такой математикъ, какъ

покойный Пуанкаре, былъ недоволенъ реформой 1902 года, онъ считалъ эту реформу порчей многихъ математическихъ цѣнностей, кои въ программахъ французскихъ лицеевъ существовали до 1902 года и потомъ были удалены изъ программъ ради разгрузки и подъ предлогомъ принципа „концентраціи преподаванія“; программы очищались отъ вещей, не имѣющихъ, будто бы, ни практическаго жизненнаго значенія, ни чисто-научнаго. Въ эту категорію отверженныхъ цѣнностей вошла, напримѣръ, теорія соединеній съ биномомъ Ньютона, могущественная основа синтетическаго мышленія.

Отзвукъ этого увлеченія сказался и въ общественномъ мнѣніи русскихъ преподавателей математики, напримѣръ, въ программахъ математики, выработанныхъ Кіевскимъ Физико-Математическимъ Обществомъ (см. сборникъ г. Щербины: Математика въ средней школѣ. Кіевъ, 1908) и ослабившихъ ради проведенія началъ анализа и аналитической геометріи ариѳметическую комбинаторику, цѣнность которой не ниже цѣнности анализа безконечно малыхъ величинъ.

Увлекавшіеся сокращеніями теоріи сочетаній съ биномомъ Ньютона забываютъ, что комбинаторный анализъ, биномъ Ньютона и ему подобные ряды, соединяясь съ исчисленіемъ вѣроятностей и производящихъ причинъ, являются основой математико-статистическаго міровоззрѣнія, на которомъ покоится обширная группа наукъ, физико-химическихъ, біологическихъ, экономическихъ и юридическихъ. Эти науки не могутъ шагу ступить безъ комбинаторнаго анализа и синтеза, какъ формально-логическаго, такъ и реальнаго.

Спасая въ измѣняемыхъ программахъ по математикѣ направленіе, соотвѣтствующее статистическому міросозерцанію и имѣющее на ряду съ геометрическимъ созерцаніемъ (интуиціей) великую образовательную силу, отъ стремленія его обезцѣнить и „сократить“ и развивая далѣе это направленіе преподаванія до того уровня, въ какомъ оно должно стоять и въ самомъ дѣлѣ стоитъ, напримѣръ, въ англійской школѣ, я поднимаю вопросъ о концентраціи математическаго курса въ двухъ направленіяхъ A и B; ибо педагогическія соображенія о разгрузкѣ программъ не позволяютъ возложить бремя обоихъ направленій безъ всякаго сокращенія на плечи одного и того же баккалавра. Реальныя училища и коммерческія училища являются нынѣ существующими представителями этихъ двухъ направленій. Тѣ и эти училища буду называть новоязычными гимназіями, предполагая ихъ реформу.

Не буду говорить о моихъ давнишнихъ выступленіяхъ въ защиту задачъ съ содержаніемъ изъ статистики, напомню лишь, что объ этомъ я говорилъ еще въ 1898—1899 г.г. на окружномъ съѣздѣ преподавателей математики и физики въ Москвѣ. Теперь я говорю о поднятіи уровня этого преподаванія въ новоязычной гимназіи. Объ этомъ я высказывался уже въ одной изъ секцій 1-го Всероссійскаго Съѣзда преподавателей математики (см. „Труды“, томъ II, стр. 332—333 и 335—336) и въ мемуарѣ „Про-

межуточная лицейская ступень между среднею и высшею школами"(Журналъ Министерства Народнаго Просвѣщенія за ноябрь 1913 года и журналъ „Математическое Образованіе" за ноябрь и декабрь).

Прошу замѣтить, что вышеупомянутую бифуркацію математическаго курса, вынуждаемую педагогическими соображеніями, я въ своемъ проектѣ отношу лишь къ самому концу средняго образованія, сохраняя единство математическаго курса въ предшествующихъ годахъ обученія.

Такъ какъ математическій курсъ перваго направленія, обнимающій начала анализа и аналитической геометріи, хорошо разработанъ для средней школы Франціей, то его я могу оставить въ сторонѣ. Защитники второго изъ двухъ направленій математики, забываемаго и вытѣсняемаго, должны выяснить учебный планъ и программу этого второго направленія. Главную особенность этого учебнаго плана должно составлять преподаваніе математическихъ основъ комбинаторнаго анализа и статистическаго метода. Содержаніе этого преподаванія обнимаетъ слѣдующія части алгебры: 1) теорія соединеній и перемѣщеній, 2) теорія вѣроятностей съ логическою классификаціей признаковъ и причинъ и съ законами большихъ чиселъ, 3) статистическая теорія взаимоотношеній или (по англійской терминологіи) корреляцій, включающая способъ наименьшихъ квадратовъ и вырабатывающая аксіомы и теоремы или постулаты физико-химическихъ, біологическихъ и экономическихъ наукъ.

Научная литература, пригодная для извлеченія изъ нея содержанія учебныхъ руководствъ этого направленія, существуетъ. По желанію Математическаго Отдѣла Педагогическаго Музея военно-учебныхъ заведеній я составилъ списокъ этихъ научно-литературныхъ источниковъ. Привожу этотъ списокъ, немного пополненный.

Списокъ литературныхъ матеріаловъ по математической теоріи вѣроятностей и математической статистикѣ съ ихъ задачами и планами. 1) Проф. *В. П. Ермаковъ:* Теорія вѣроятностей. 2) Академикъ *П. Л. Чебышевъ:* О среднихъ величинахъ (см. сочиненія Чебышева, томъ 1). 3) *С. П. Ярошенко*: Къ теоріи способа наименьшихъ квадратовъ (Одесса, 1892). 4) *П. А. Некрасовъ:* а) Задачи и игры изъ дѣтскаго міра, развивающія понятія по логикѣ и статистической теоріи взаимоотношеній (см. „Математическое Образованіе" за 1912 г.); б) Теорія вѣроятностей. Изд. 2, С.-Петербургъ, 1912 г.; в) Математическая статистика, хозяйственное право и финансовые обороты. С.-Петербургъ, 1909 г. 5) *G. Udny Jule:* An Jntroduction to Theory of Statistics. London, 1911. с) *Е. Е. Слуцкій*: Теорія корреляціи и элементы ученія о кривыхъ распредѣленіяхъ (Кіевъ, 1912). 7) *А. Леонтовичъ:* Элементарное пособіе къ примѣненію методовъ Гаусса и Пирсона при оцѣнкѣ ошибокъ въ статистикѣ и біологіи. Часть III. Вспомогательныя таблицы. Кіевъ, 1911). 8) Академикъ *В. Я. Буняковскій:* Основанія математической теоріи вѣроятностей. 9) *А. Ю. Давидовъ*: „Теорія среднихъ въ приложеніи къ составленію таблицъ смертности. 10) *Н.*

Laurent: Statistique mathématique. Paris, 1908. 11) *Р. Орженцкій*: Сводные признаки. Ярославль, 1910. 12) *А. А. Чупровъ*: Очерки по теоріи статистики. Изд. 2. 1911 г. 13) *Забудскій:* Теорія вѣроятностей. 14) *С. Ю. Витте*: Принципы тарифовъ по перевозкѣ грузовъ. Третье дополненное изданіе, стр. 87—107. С.-Петербургъ, 1910.

Въ этомъ спискѣ указаны вклады въ популяризацію науки со стороны математиковъ разныхъ странъ, со стороны русскихъ (Чебышевъ, Буняковскій, Давидовъ, Ермаковъ, Ярошенко, Витте, упомяну и о себѣ), англійскихъ (Юль, послѣдователь школы К. Пирсона) съ ихъ русскими послѣдователями (Р. Орженцкій, А. Леонтовичъ, Е. Е. Слуцкій), французскихъ (Лоранъ), нѣмецкихъ (Чупровъ, ученикъ Лексиса). Въ области приложеній эти литературные источники подготовляютъ къ наукамъ біологическимъ, экономическимъ, юридическимъ и физико-химическимъ. Конечно, изъ этого списка нужно черпать для средней школы лишь элементарное и наиболѣе образовательное. Это вычерпываніе составляетъ задачу составителей учебныхъ руководствъ, требующую поощренія преміями и пособіями на изданія. Указанная въ этомъ спискѣ книга по введенію въ теорію статистики англійскаго математика Юля, одного изъ представителей школы Карла Пирсона, могла бы, какъ учебное пособіе, исчерпать программу по элементарной теоріи вѣроятностей. Русская научная литература, какъ видно изъ вышеприведеннаго списка, также богата источниками по элементамъ теоріи вѣроятностей, принадлежащими такимъ авторамъ, какъ П. Л. Чебышевъ, В. П. Ермаковъ и другіе. Въ этомъ направленіи работаютъ и преподаватели средней школы.

Изъ числа русскихъ педагоговъ П. С. Флоровъ, директоръ Урюпинскаго реальнаго училища съ выдающимся успѣхомъ вычерпываетъ изъ научной литературы по теоріи вѣроятностей цѣнности, пригодныя для средней школы. П. С. Флоровъ еще съ 1901 года занятъ былъ вопросомъ о преподаваніи теоріи вѣроятностей въ средней школѣ. Часть его дидактическихъ изысканій была опубликована имъ въ „Трудахъ XI съѣзда русскихъ естествоиспытателей и врачей“ (С.-Петербургъ. 1901—1902) и въ журналѣ „Вѣстникъ опытной физики и элементарной математики“ за 1912 годъ (Одесса).

Въ послѣднее время П. С. Флоровъ составилъ подходящее учебное руководство и сдѣлалъ въ 1913 году на XIII съѣздѣ естествоиспытателей и врачей (въ Тифлисѣ) и на педагогической выставкѣ (въ Харьковѣ) докладъ объ этомъ преподаваніи, съ подробною программою. расчитанною на разное число недѣльныхъ уроковъ (на два урока, на три урока и на четыре урока въ недѣлю). Докладъ этотъ былъ доставленъ авторомъ мнѣ и я представилъ его Г. Министру Народнаго Просвѣщенія съ своими замѣчаніями и съ заключеніемъ о необходимости включенія элементарнаго курса теоріи вѣроятностей въ курсъ учебныхъ предметовъ средней школы.

Извлеченіе изъ доклада П. С. Флорова, съ моими примѣчаніями отпечатано въ небольшомъ числѣ экземпляровъ, какъ записка подъ заглавіемъ: „Теорія вѣроятностей, какъ учебный предметъ средней школы“. Нѣсколько экземпляровъ этой печатной записки имѣю честь предложить вниманію Съѣзда, прося напечатать ее въ трудахъ Съѣзда приложеніемъ къ настоящему докладу моему.

Примѣчанія мои къ докладу П. С. Флорова нѣсколько пополнили его прекрасно разработанную программу, введя въ нее: 1) Пирсоновское видоизмѣненіе теоремы Якова Бернулли, представляющее цѣнный варіантъ закона большихъ чиселъ *), и 2) теорему Чебышева о среднихъ величинахъ, на которой можетъ и должна быть раціонально обоснована достовѣрность статистической теоріи корреляцій (взаимоотношеній), относящаяся къ закономѣрностямъ, какъ существованія и сотрудничества, такъ и хронологической послѣдовательности.

Благодаря моимъ примѣчаніямъ къ труду П. С. Флорова, получилось двѣ близкихъ программы: 1) первоначальная (П. С. Флорова) и 2) видоизмѣненная моими замѣчаніями. Обѣ программы напечатаны въ концѣ записки: „Теорія вѣроятностей, какъ учебный предметъ средней школы“. Изъ оживленной переписки моей съ П. С. Флоровымъ видно, что онъ соглашается внести въ свою программу предложенныя мною измѣненія. Получается слѣдующая примѣрная программа, раздѣленная на двѣ части.

Теорія соединеній и теорія вѣроятностей съ приложеніями въ статистикѣ.

I. Двухчасовый основной курсъ.

1) Теорія соединеній. 2) Понятіе о вѣроятности. 3) Биномъ Ньютона. 4) Теорема Я. Бернулли. 5) Видоизмѣненіе теоремы Я. Бернулли (теорема К. Пирсона).

II. Дополненія вводимыя въ четырехчасовый курсъ.

6) Перемноженіе вѣроятностей. 7) Сложеніе вѣроятностей. 8) Задача Гюйгенса. 9) Сличеніе статистическихъ ариѳметическихъ серединъ и математическихъ ожиданій. Теорема Чебышева о среднихъ величинахъ. Статистическія взаимоотношенія. 10) Теорема Байеса. 11) Свидѣтельскія показанія. 12) Задача Бюффона. 13) Задача о разореніи игроковъ. 14) Нѣкоторыя приложенія понятія математическаго ожиданія. Цѣны. 15) Страхованіе жизни.

Въ своей первой (основной) части курсъ этотъ долженъ входить въ общую программу математики, т.-е. долженъ принадлежать роднику обоихъ направленій А и В бифурцированнаго математическаго курса, а не одному изъ нихъ. Вторая же часть

*) См. стр. 519—520 въ моей книгѣ: „Теорія вѣроятностей“, изд. 2-е. С.-Петербургъ, 1912.

составитъ видовую особенность математическаго курса, развиваемаго въ направленіи В.

„Преподаваніе первой части курса въ среднихъ школахъ возможно—говоритъ П. С. Флоровъ—безъ повышенія математическаго ценза учащихся, достигаемаго учениками реальныхъ училищъ въ шестомъ классѣ, а учениками и ученицами гимназій въ седьмомъ классѣ". Эту часть курса, по моему, желательно немедленно допустить въ гимназіи и реальныя училища. Образовательное значеніе этого нововведенія огромное. Прежде всего въ глазахъ учениковъ сразу оживетъ, пріобрѣтетъ не только формальное, но и реальное значеніе теорія соединеній, перемѣщеній, сочетаній.

Главнымъ пунктомъ этой части курса должна быть теорема Я. Бернулли. Выводъ ея, предложенный П. С. Флоровымъ, удивительно простъ, необременителенъ по его сокращенности. П. С. Флоровъ отъ понятія сочетаній немедленно переходитъ къ понятію вѣроятности, а отъ этого понятія сразу переходитъ къ биному Ньютона и теоремѣ Я. Бернулли, минуя теоремы сложенія и умноженія вѣроятностей. Тотъ же выводъ естественно прилагается и къ Пирсоновскому видоизмѣненію теоремы Я. Бернулли, которое не будетъ лишнимъ грузомъ въ этой программѣ.

Законообразность массовыхъ случайныхъ явленій, взаимно зависимыхъ и взаимно независимыхъ, будетъ для учащихся цѣлымъ откровеніемъ. Схемы опытовъ, соотвѣтствующія теоремамъ Я. Бернулли и К. Пирсона, сдѣлаются для нихъ символически общими примѣрами, научно-философскими притчами и научно-практическими робинзонадами, истолковывающими порядокъ эскурсій и отвѣтственной предпріимчивости въ царствахъ случайности, унормированной страховымъ правомъ, приближенными исчисленіями и юридическими числами, простыми и сложными или составными (комплексными), введенными въ оцѣночные обычаи. въ правила оцѣнки предпріимчивости, творчества, его плодовъ и въ познаніе исторической неизмѣнности, или перманентности среднихъ величинъ и золотыхъ серединъ, ихъ историческаго „statu quo". Эти научно-философскія притчи и научныя робинзонады раскроютъ юношамъ значеніе научнаго опыта въ жизни, объяснятъ смыслъ множества окружающихъ насъ природныхъ явленій и, съ другой стороны, объяснятъ смыслъ исторіи, творческую эволюцію, въ которую вкрапливаются, съ одной стороны, цѣли и законъ, какъ юридическая и нравственная норма поведенія, а съ другой стороны стихія случайности съ ея статистическими (явочными) законами большихъ чиселъ или, говоря иначе, естественными законами. При этомъ законы естественные и законы, какъ нормы долга, нравственнаго и гражданскаго, явятся въ качествѣ двухъ параллельныхъ предопредѣленій въ исторической перспективѣ.

Гимназическій курсъ теоріи сочетаній, перемѣщеній и вѣроятностей долженъ содержать образцовыя задачи съ такимъ разсчетомъ, чтобы статистическое міровоззрѣніе имѣло возможность обозрѣвать и связывать въ цѣлое разныя частныя науки и

различныя профессіональныя дисциплины, коими впослѣдствіи заканчивается образованіе личности. При этомъ теоремы Я. Бернулли, Пуассона, К. Пирсона и Чебышева обезпечатъ достовѣрность или истинность результатовъ опыта и вывода, представляющую главную цѣнность, которую ученики пріобрѣтутъ цѣною изученія комбинаторнаго анализа, теоріи вѣроятностей и статистическаго метода.

Въ упомянутой запискѣ: „Теорія вѣроятностей, какъ учебный предметъ средней школы“ указано, какое богатство понятій связано съ совмѣстнымъ примѣненіемъ нѣсколькихъ изъ числа упомянутыхъ сейчасъ четырехъ теоремъ къ собирательнымъ субстанціямъ (терминъ „субстанція“ я употребляю въ англійскомъ смыслѣ).

Такъ, теорема Я. Бернулли и К. Пирсона совмѣстно приводятъ къ понятіямъ о движеніи, отливѣ, приливѣ (или оборотѣ) и накопленіи собирательной цѣнности того или другого рода.

Примѣры оборота разныхъ капиталовъ должны быть даны въ раннемъ курсѣ ариѳметики и счетоводства и въ алгебрѣ, вмѣстѣ съ понятіемъ о процентномъ ростѣ и убыткѣ; но въ теоріи вѣроятностей кредитное обращеніе и исчисленіе стоимости денегъ въ отношеніи къ другимъ экономическимъ предметамъ ставятся на основы научной и жизненной достовѣрности. При этомъ средняя школа сниметъ съ себя справедливый упрекъ, содержащійся въ извѣстныхъ очеркахъ по народному образованію академика И. И. Янжула, вмѣняющаго въ вину русскимъ гимназіямъ и реальнымъ училищамъ (по сравненію съ заграничными) то, что школы эти не заботятся научить юношей исчисленіямъ, стоящимъ на стражѣ отечественной предпріимчивости и бережливости, народной и государственной, относящейся къ деньгамъ, какъ къ пластической крови, двигаемой центральнымъ органомъ (сердцемъ) и ремонтирующей по частямъ все тѣло въ изношенныхъ частяхъ, по нормамъ жизни и законамъ. Четырехчасовый курсъ окажетъ великую услугу не только въ коммерческомъ и юридическомъ образованіи, но и въ образованіи народныхъ учителей въ учительскихъ семинаріяхъ и институтахъ и въ VIII педагогическомъ классѣ женскихъ гимназій. Такіе педагоги, какъ бар. Корфъ, авторъ книги для народнаго чтенія „Нашъ Другъ“, и такіе люди науки, какъ авторъ очерковъ по народному образованію академикъ И. И. Янжулъ настаиваютъ на привитіи чрезъ народную школу навыковъ и дисциплинъ народной бережливости; важно ознакомить самихъ учителей съ понятіями бережливости и съ соотвѣтствующими исчисленіями.

Итакъ, обсуждаемое направленіе математическаго курса имѣетъ огромное значеніе, чисто научное и жизненно-практическое, нужное для успѣха множества дѣлъ и профессіональныхъ дисциплинъ.

Остановлю затѣмъ вниманіе на развитіи мыслительныхъ способностей и логическихъ ученій съ помощію этого курса. Это развивающее значеніе кроется въ томъ обстоятельствѣ, что теорія вѣроятностей, какъ интуитивная функція сознанія, называемая

здравымъ смысломъ, неразрывно связана своими сомнѣніями и воззрѣніями съ самимъ субъектомъ, картезіански утверждающимъ свое мышленіе и достовѣрность своего сосуществованія съ внѣшнею реальностію. Математическая теорія вѣроятностей перебрасываетъ среди всѣхъ сомнѣній надежнѣйшій мостъ отъ субъекта черезъ частный и общечеловѣческій опытъ къ внѣшней реальности. При этомъ теорія вѣроятностей интенсивно упражняетъ учениковъ въ индуктивной логикѣ, параллельной апріори обдуманному опыту.

Уже въ двухчасовомъ курсѣ теоріи вѣроятностей содержатся всѣ благопріятныя данныя, чтобы упражнять учениковъ въ логикѣ классовъ и въ логикѣ тождества $A = A$, принимая операцію отождествленія то въ узкомъ (аристотелевскомъ) смыслѣ, то въ широкомъ (лейбницевскомъ, джевонсовскомъ и миллевскомъ) смыслѣ точной аналогіи, допускающемъ морфологическое преобразованіе, замѣщеніе. Законы логики классовъ и законы логики тождества суть абстракціи отъ тѣхъ правилъ движенія и оборота классифицированной собирательной субстанціи, кои трактуются въ теоремахъ Я. Бернулли, Пуассона, К. Пирсона и Чебышева. Разсмотрѣніе въ умѣ и чувственное наблюденіе циркуляцій собирательной субстанціи A, частицы которой подлежатъ классификаціи по признакамъ и исчисленію, предполагаетъ разсмотрѣніе и сличеніе циркулирующаго предмета въ моменты до и послѣ оборота, съ заключительнымъ отождествленіемъ обсуждаемаго предмета съ самимъ собою для того и другаго момента. Такія отождествленія бываютъ in concreto; отвлеченія же отъ нихъ суть абстрактно-логическія отождествленія, причемъ отвлеченію принадлежитъ то общее и существенное, что остается въ умѣ за вычетомъ всѣхъ конкретныхъ различій и о чемъ позволительно мыслить группами, категоріями, какъ въ законѣ большихъ чиселъ, а не единичными фактами. Законы большихъ чиселъ и законы логики при этомъ вступаютъ въ тѣсную научно-философскую ассоціацію.

Болѣе богатый матеріалъ упражненія по индуктивной логикѣ содержится въ четырехчасовомъ курсѣ теоріи вѣроятностей. Этотъ курсъ даетъ алгебраическую форму *синтетическаго сужденія*, пригодную для количественнаго опредѣленія связи подлежащаго и сказуемаго и окрещенную нынѣ терминомъ „корреляція“, или „статистическое взаимоотношеніе“; этотъ курсъ распространяетъ математическое содержаніе англійскаго и итальянскаго логическаго ученія о количественномъ опредѣленіи сказуемаго. Надо сказать, что понятіемъ „корреляція“ статистическое міровоззрѣніе (называемое, по терминологіи Н. В. Бугаева, „аритмологическимъ“) рѣзко отличается отъ болѣе узкаго механическаго міровоззрѣнія; послѣднее есть только часть перваго, отыскивающая въ природѣ лишь совершенно опредѣленныя функціональныя зависимости или связи величинъ. Но коррелятивныя зависимости не суть совершенно опредѣленныя; они допускаются эволюціею въ нѣкоторыхъ предѣлахъ. Динамика живыхъ организмовъ, разумное творчество и правосознаніе могутъ быть всегда уложены въ формы коррелятивной связи и устанавливающаго стати-

стическаго міросозерцанія; но эти понятія не могутъ быть уложены въ формы исключительно крѣпостной несвободной функціональной связи механическаго міропониманія [1]).

Теорія корреляцій есть ученіе объ однозначномъ соотвѣтствіи множествъ, конечныхъ и трансфинитныхъ, съ примѣсью случайности и съ необходимостью эмпирической (статистической) интуиціи при нехваткѣ данныхъ; въ то же время эта теорія есть продуктъ теоремы умноженія и сложенія вѣроятностей и ученія о среднихъ величинахъ. Между законами большихъ чиселъ, обнимающими два, три и болѣе комплексовъ, и теоріей соотвѣтственныхъ множествъ (совокупностей) устанавливается аналогія и тѣсная логическая и психологическая ассоціація. Понятія о числовыхъ закономѣрностяхъ и статистической интуиціи могутъ быть даны въ старшемъ возрастѣ въ научномъ видѣ, развивающемъ здравый смыслъ сужденій и исчисленій.

Возникаетъ вопросъ о мѣстѣ для математической теоріи корреляцій въ программѣ по теоріи вѣроятностей и по комбинаторному анализу.

Подъ вліяніемъ моей статьи: „Задачи и игры, развивающія понятія по логикѣ и статистической теоріи взаимоотношеній“ П. С. Флоровъ включилъ элементы теоріи корреляцій въ свою программу и даже отвелъ ей мѣсто, по ея важности, въ своемъ двухчасовомъ основномъ курсѣ, который желательно осуществить немедленно въ средней школѣ, хотя бы въ видѣ опыта. Однакоже я по недостатку въ двухчасовомъ курсѣ времени, едва хватающаго для прохожденія теоремъ Я. Бернулли и К. Пирсона, отвожу для теоріи корреляцій мѣсто лишь въ четырехчасовомъ курсѣ, каковой курсъ нынѣ осуществимъ въ коммерческихъ училищахъ, въ учительскихъ институтахъ и на математическомъ отдѣленіи VIII (педагогическаго) класса женскихъ гимназій.

Какъ я уже сказалъ, результаты дидактическихъ изслѣдованій П. С. Флорова вмѣстѣ съ моимъ варіантомъ его программы были представлены Министерству Народнаго Просвѣщенія; они возбудили къ себѣ настолько серьезное вниманіе, что нынѣ начатъ опросъ свѣдущихъ спеціалистовъ относительно практическаго осуществленія преподаванія теоріи вѣроятностей въ средней школѣ. Содержащіеся въ опросномъ листѣ вопросные пункты подраздѣлены на двѣ части; первая часть относится къ двухчасовому основному курсу теоріи вѣроятностей съ теоріей соединеній, намѣченному въ печатной запискѣ: „Теорія вѣроятностей, какъ учебный предметъ средней школы“ и предлагаетъ опрашиваемымъ лицамъ слѣдующіе вопросы:

1. Находите ли Вы означенный выше двухчасовой элементарный курсъ, обнимающій теорію сочетаній, биномъ Ньютона и теорію вѣроятностей, осуществимымъ въ VII или VIII классѣ гимназіи (въ VI или дополнительномъ классѣ реальнаго училища)?

---

[1]) См. мой мемуаръ: „Философія и логика науки о массовыхъ проявленіяхъ человѣческой дѣятельности. Критика основаній соціальной физики Кетле“ (Математическій Сборникъ, т. XXIII).

2. Находите ли Вы нужнымъ для проведенія этого курса исключить изъ существующей программы гимназіи нѣкоторыя менѣе важныя теоріи и упражненія по математикѣ, и какія именно?

3. Какъ смотрите Вы на образовательное значеніе этого курса теоріи вѣроятностей?

Что касается четырехчасового курса, то такому болѣе обширному курсу было бы умѣстно существовать нетолько въ коммерческихъ училищахъ и въ школахъ народныхъ учителей (см. выше), но и въ томъ типѣ реальныхъ училищъ или, лучше сказать, новоязычныхъ гимназій, кои даютъ образованіе, приноровленное къ экономическимъ и біологическимъ факультетамъ политехникумовъ и къ другимъ высшимъ учебнымъ заведеніямъ, гдѣ важное значеніе имѣютъ описательный и сравнительный индуктивный методъ, базирующійся на математической статистикѣ и теоріи вѣроятностей.

Въ учебномъ планѣ этой гимназіи должно найти себѣ мѣсто второе изъ двухъ направленій математическаго курса средней школы. Этому направленію будетъ данъ просторъ; въ его программу войдутъ расширенная теорія вѣроятностей (4 часа), основы математической статистики, законовѣдѣніе, введеніе въ экономическія науки. Примѣнительно къ этимъ предположеніямъ вышепомянутый опросный листъ содержитъ еще слѣдующіе вопросы:

4. Находите ли Вы намѣченный П. С. Фроловымъ четырехчасовый элементарный курсъ, обнимающій теорію сочетаній, биномъ Ньютона и теорію вѣроятностей съ важнѣйшими изъ рѣшающихся ею задачъ, осуществимымъ въ гимназіи съ учениками возраста отъ 16-ти до 18-ти лѣтъ?

5. Какъ Вы смотрите на проектъ гимназіи, въ которой будутъ введены четырехчасовый курсъ теоріи вѣроятностей, введеніе въ экономическія науки, законовѣдѣніе и предметы, способные освоить учениковъ съ исчисленіями, стоящими на стражѣ отечественной бережливости и предпріимчивости и подготовляющими учениковъ къ экономическому факультету?

Имѣющихъ возможность отвѣтить на эти вопросы прошу сообщить отвѣты мнѣ [1]), и я воспользуюсь ими при сводкѣ.

Записка „Теорія вѣроятностей, какъ учебный предметъ средней школы“ является приложеніемъ къ настоящему докладу. Въ началѣ этой записки выдвинуты тезисы.

Этими тезисами утверждается педагогическая пріемлемость этой разновидности математическаго курса, служба котораго велика въ задачахъ мышленія и созиданія, основываемаго не на пескѣ, а на достовѣрности.

М. Г., надо помнить то, что это направленіе математическаго курса, начатое великими математиками двѣсти лѣтъ тому назадъ, связываетъ математику не только съ геометріей и естествознаніемъ, но и съ творчествомъ, сотрудничествомъ и съ науками

---

[1]) Отвѣты прошу сообщать по адресу: С.-Петербургъ, Матвѣевская, д. 11, кв. 30, Павлу Алексѣевичу Некрасову.

нормативными, т. е. юридическими и общественными. А по своему образовательному достоинству это творческое направленіе принадлежитъ къ тѣмъ математическимъ цѣнностямъ, о необходимости которыхъ для образованія человѣческой личности не можетъ быть двухъ мнѣній.

Предложеніе моего доклада въ концѣ концовъ сводится къ слѣдующему: 1) первую часть курса, намѣченнаго вышеозначенною программой, рекомендовать ввести теперь же въ среднія учебныя заведенія, какъ дополненіе главы алгебры о соединеніяхъ и биномѣ Ньютона, и 2) вторую часть теперь же рекомендовать для учительскихъ семинарій, для VIII педагогическаго класса женскихъ гимназій и для коммерческихъ училищъ; при реформѣ средней школы вторую часть ввести въ старшій концентръ, допуская бифуркацію математическаго курса по педагогическимъ соображеніямъ.

Печатня А.И.Снегиревой Москва 10154

Оттискъ изъ журнала „Математическое Образованіе“ № 3. 1914 г.